

SUPERMATEMATYK KLASA I Liceum i technikum luty 2017 czas 120 minut

Zadania zamknięte

Pierwsze dziesięć zadań, to zadania jednokrotnego wyboru. Pozostałe są wielokrotnego wyboru, w których może nie być prawidłowej odpowiedzi, może być jedna prawidłowa, dwie, trzy lub cztery. Za każde zadanie można otrzymać 1 punkt.

- 1) Resztą z dzielenia 27547557^2 przez 4 jest: a) 1 b) 2 c) 3 d) 0.
- 2) Śrubokręt i młotek kosztują tyle samo. Jeśli śrubokręt podrożeje o 5%, a młotek o 3%, to za zestaw trzech śrubokrętów i trzech młotków trzeba będzie zapłacić:
a) o 4% więcej b) o 8% więcej c) o 24% więcej d) o 15% więcej.
- 3) Dwaj pracownicy kontrolują jakość pralek automatycznych – każdy przy swojej taśmie produkcyjnej. Pierwszy z nich sprawdza jedną pralkę w ciągu 20 minut, drugi zaś – w ciągu 18 minut. Obaj rozpoczynają pracę dokładnie o godzinie 8 rano i pracują bez przerwy. Wynika stąd, że po raz pierwszy skończą równocześnie sprawdzanie pralki o godzinie: a) 10^{40} b) 11^{00} c) 11^{12} d) 11^{20} .
- 4) Liczba x spełniająca równanie $\frac{3}{4} = 2 - \frac{1}{5} - \frac{1}{x}$ jest równa: a) 0 b) $\frac{20}{21}$ c) $\frac{21}{20}$ d) 20.
- 5) Dwutysięczną drugą cyfrą po przecinku w rozwinięciu dziesiętnym liczby $\frac{55}{333}$ jest cyfra:
a) 1 b) 5 c) 6 d) inna niż poprzednie.
- 6) Dane są liczby $A = 1 + \sqrt{2}$ i $B = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}}$. Zatem: a) $A > B$ b) $A < B$ c) $A = B$ d) $A^2 = B$.
- 7) Zaczynam liczyć od 19 do 89, wypowiadając jedną liczbę na sekundę. Ile czasu mnie to zajmie?
a) 1 minutę b) 1 minutę i 11 sekund c) 1 minutę i 10 sekund d) 1 minutę i 19 sekund.
- 8) Liczba $(\sqrt{11} + \sqrt{44} + \sqrt{99})^2$ jest równa: a) 154 b) 265 c) 396 d) 486.
- 9) Cyfra jedności zapisu dziesiętnego liczby $1 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 3 + \dots + 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 2008$ jest równa: a) 1 b) 3 c) 5 d) 7.
- 10) Dla ilu liczb całkowitych n liczba $\frac{n+2009}{n+2011}$ jest liczbą całkowitą? a) 0 b) 2 c) 4 d) 6.
- 11) Układ równań $\begin{cases} px - 3y = 2 \\ 3x - py = p \end{cases}$ w zależności od wartości p
a) może nie mieć rozwiązań b) ma zawsze dokładnie jedno rozwiązanie
c) może mieć nieskończenie wiele rozwiązań d) jest zawsze sprzeczny.
- 12) Prostą o równaniu $x + 2y + 1 = 0$ obrócono wokół początku układu współrzędnych o 90° w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara. W wyniku otrzymano prostą o równaniu:
a) $2x - y - 1 = 0$ b) $x + 2y - 1 = 0$ c) $2x - y + 1 = 0$ d) $y = 2x + 1$.
- 13) Liczba $0,34(14)$ a) jest niewymierna b) po pomnożeniu przez 495 jest naturalna
c) jest mniejsza od $\frac{1}{3}$ d) wynosi $\frac{169}{495}$.
- 14) Suma dwóch liczb pierwszych: a) może być liczbą pierwszą
b) nie może być liczbą pierwszą c) musi być liczbą pierwszą d) jest zawsze parzysta.

15) Pole S powierzchni całkowitej prostopadłościanu o krawędziach długości a , b , c można wyrazić wzorem:

a) $S = (a + b + c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$ b) $S = ab + bc + ac$ c) $S = (a + b + c)^2$ d) $S = 2(a^2 + b^2 + c^2)$.

16) Liczby całkowite dodatnie spełniają warunek $x^2 + y^2 = z^2$. Wówczas co najmniej jedna z nich:

a) dzieli się przez 2 b) jest nieparzysta c) dzieli się przez 3 d) odpowiedź b) jest prawdziwa.

17) Istnieje taki ostrosłup, który ma: a) 2012 wierzchołków b) 2013 krawędzi

c) 2014 ścian d) wszystkie poprzednie odpowiedzi są prawdziwe.

18) Przekątne czworokąta dzielą go na 4 trójkąty o równych polach. Wynika stąd, że czworokąt ten jest: a) kwadratem b) prostokątem c) równoległobokiem d) rombem.

19) Przecinając prostokąt prostą można otrzymać:

a) trójkąt i pięciokąt b) trójkąt i czworokąt c) dwa czworokąty d) dwa trójkąty.

20) Ostrosłup czworokątny o 8 krawędziach równej długości ma wysokość:

a) krótszą od połowy krawędzi b) równą połowie przekątnej podstawy
c) dłuższą od połowy krawędzi d) tylko jedna z odpowiedzi a), b), c) jest prawdziwa.

21) Jeżeli $a \otimes b = ab + a + b$ i $3 \otimes 5 = 2 \otimes y$, to y jest równe: a) $\frac{72}{5}$ b) 7 c) 14,4 d) $5\frac{1}{3}$.

22) Wynikiem działania $22222 \cdot 33333 - 66666 \cdot 11111$ jest liczba:

a) ujemna b) nieujemna c) dodatnia d) niedodatnia.

23) Wewnątrz trójkąta równobocznego ABC wybrano punkt P . Rzuty prostokątne punktu P na boki odpowiednio AB , BC , CA to K , L , M . Wiadomo, że $PK = 1$, $PL = 2$, $PM = 3$. Bok trójkąta ABC ma długość: a) równą $\frac{12}{\sqrt{3}}$ b) mniejszą niż 7 c) większą niż 6 d) równą $4\sqrt{3}$.

24) W prostokącie $ABCD$ o wymiarach $AB = 12$ i $AD = 5$ punkty E i F są rzutami prostokątnymi wierzchołków odpowiednio D i B na przekątną AC . Długość łamanej $BFED$ jest:

a) równa $\frac{239}{13}$ b) większa od 19 c) mniejsza od 19 d) liczbą całkowitą.

25) Liczba $\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} + \sqrt{6 + 4\sqrt{2}}$ jest: a) niewymierna b) równa 4 c) równa $\sqrt{12}$ d) całkowita.

Zadania otwarte (każde za 5 punktów)

1. W okręgu o promieniu R poprowadzono dwie prostopadłe i przecinające się cięciwy AB i CD . Wykaż, że $AC^2 + BD^2 = 4R^2$.

2. Rozwiąż równanie i sprawdź: $1 - \frac{1}{2 + \frac{1}{3 - \frac{1}{x}}} = \frac{8011}{14019}$.

Powodzenia !!!