SUPERMATEMATYK KLASA I listopad 2014
część I - zadania jednokrotnego wyboru – 10 pkt

<u>**TYLKO JEDNA ODPOWIEDŹ POPRAWNA!**</u>

1. Liczbę $4^6 \cdot 32^{12}$ można zapisać w postaci: a) 8^{12}; b) 8^{18}; c) 8^{20}; d) 8^{24}.

2. Liczba $\frac{2+\sqrt{98}-\sqrt{50}-\sqrt{32}}{\sqrt{2}-1}$ jest: a) niewymierna; b) dodatnia; c) nieparzysta; d) ujemna.

3. Marta ma pięć razy więcej braci niż sióstr, a jej brat Tomek ma dwa razy więcej braci niż sióstr. Ile dzieci jest w tej rodzinie? a) 6; b) 7; c) 8; d) 9.

4. Wartością funkcji $g(x) = \sqrt[3]{x-11} + 2x - \sqrt{x^2+16x+64}$ dla argumentu 3 jest liczba:

a) – 7; b) – 5; c) – 3; d) – 1.

5. Funkcja f, która każdej liczbie rzeczywistej x przyporządkowuje sześcian zwiększonej o 2 liczby x, wyraża się wzorem: a) $f(x) = x^3 + 2$; b) $f(x) = (x + 2)^3$; c) $f(x) = 2x^3$; d) $f(x) = 3(x + 2)$.

6. Głos przenosi się w powietrzu na odległość 835 m w czasie 2,5 sekundy. Obserwator zmierzył, że od błyskawicy do grzmotu upłynęło 6 sekund. Wskaż odległość od obserwatora, w jakiej uderzył piorun.

a) 1968 m; b) 1980 m; c) 2004 m; d) 2040 m.

7. Odwrotnością liczby 3,5π jest liczba: a) – 3,5π; b) $\frac{7}{2\pi}$; c) $\frac{2}{7\pi}$; d) $\frac{2\pi}{7}$.

8. W rombie o polu 40 cm^2 stosunek długości przekątnych jest równy 4 : 5. Krótsza przekątna rombu ma długość: a) 4 cm; b) 5 cm; c) 8 cm; d) 10 cm.

9. Jeżeli $\frac{a+b}{b} = \frac{1}{4}$, to $\frac{5a}{a+2b}$ jest równe: a) – 5; b) – 3; c) 3; d) 5.

10. Zbadano pewną grupę osób i okazało się, że 45% badanych ma wadę wzroku. Wśród osób z wadą wzroku 75% badanych, czyli 27 osób, nosi okulary, a 25% - szkła kontaktowe. Wynika stąd, że:
a) badana grupa liczy 90 osób; b) 10 osób nosi szkła kontaktowe;
c) 45 osób ma dobry wzrok; d) 36 osób ma wadę wzroku.

część II - zadania wielokrotnego wyboru – 10 pkt (klasa I)

<u>**WSZYSTKIE ODPOWIEDZI MOGĄ BYĆ POPRAWNE!**</u>

1. Trójkąt ABC jest trójkątem równoramiennym. Kąt A ma 18^o. Kąt B może mieć:
a) 144^o; b) 36^o; c) 81^o; d) 18^o.

2. Cena płyty CD po obniżce o 15% wynosi 44 zł 20 gr. Cena tej płyty przed obniżką była:

a) równa 50 zł 83 gr; b) równa 52 zł; c) większa niż 50 zł; d) mniejsza niż 51 zł.

3. Więcej niż jeden środek symetrii ma: a) prosta; b) okrąg; c) kwadrat; d) płaszczyzna.

4. Sześcian pomalowany na czerwono rozcięto na 125 małych sześcianów. Wśród tych sześcianików:

a) 8 ma pomalowane trzy ściany; b) 36 ma pomalowane dwie ściany;

c) 36 ma pomalowaną jedną ścianę; d) 45 nie ma żadnej ściany pomalowanej.

5. W prostokąt wpisano dwa jednakowe koła mniejsze i jedno większe. Koła te są styczne do boków prostokąta i wzajemnie styczne zewnętrznie. Mniejszy z boków prostokąta ma długość 4. Większy z boków tego prostokąta ma długość: a) $3 + 2\sqrt{2}$; b) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$; c) 5,5; d) większą niż 6.

6. Dane są liczby: $A = 3 - 2\sqrt{2}$, $B = 3 + 2\sqrt{2}$, $C = -3 - 2\sqrt{2}$, $D = -3 + 2\sqrt{2}$.

Następujące zadanie jest prawdziwe: a) liczby A i B są odwrotne; b) liczby C i D są odwrotne; c) liczby A i D są przeciwne; d) liczby B i C są przeciwne.

7. Indyjska bajka o małpach: „Bawiły się raz małpy – wieść indyjska niesie – kwadrat ich ósmej części już skacze po lesie, pozostałych dwanaście w pląsach i z wrzaskami pomiędzy zielonymi hasa pagórkami". Tych małp mogło być: a) 16; b) 32; c) 24; d) 48.

8. Istnieją takie liczby naturalne m i n, że: a) m^n jest liczbą pierwszą; b) m, n, m + n są kwadratami liczb naturalnych; c) m · n + 2m + 2n + 4 jest liczbą pierwszą; d) $m^n + n^m + 3$ jest liczbą pierwszą.

9. Pole P sześciokąta foremnego wyraża się wzorem:

a) $P = \frac{3}{2}a^2\sqrt{3}$, gdzie a jest długością boku tego sześciokąta;

b) $P = \frac{3}{2}R^2\sqrt{3}$, gdzie R jest długością promienia okręgu opisanego na tym sześciokącie;

c) $P = r^2\sqrt{3}$, gdzie r jest długością promienia okręgu wpisanego w ten sześciokąt;

d) $P = \frac{1}{24}p^2\sqrt{3}$, gdzie p jest obwodem tego sześciokąta.

10. Dla liczb rzeczywistych x, y, z równość (x + y) · (x + z) = x + (y · z) jest spełniona:

a) gdy $x = y = z = \frac{1}{3}$; b) gdy x = 0; c) gdy x + y + z = 1; d) zawsze.

część III – zadania otwarte – 20 pkt (klasa I)

KAŻDE ZADANIE ROZWIĄŻ NA ODDZIELNEJ KARTCE!

Zad.1. Wykaż, że:

a) stosunek pola kwadratu wpisanego w koło do pola tego koła jest mniejszy od 2:3;

b) jeżeli dwie różne liczby rzeczywiste x i y spełniają warunek $x^2 + x = y^2 + y$, to $x + y + 1 = 0$.

Zad. 2. Dziadek ma dwa razy tyle lat, ile babcia miała wtedy, gdy dziadek miał tyle lat, ile babcia miała przed piętnastoma laty. Gdy babcia będzie w wieku dziadka, to razem będą mieli 150 lat. Ile lat mają obecnie?

Zad. 3. Karawana o długości 1 km idzie z prędkością 4 km/h. Co jakiś czas od czoła karawany do jej końca i z powrotem biega pies z prędkością 6 km/h. Jaką drogę przebywa wówczas pies i w jakim czasie?

Zad. 4. Na przeciwległych bokach kwadratu o boku a narysowano w jego wnętrzu dwa trójkąty równoboczne o boku a. Oblicz pole figury, która jest wspólną częścią tych trójkątów.

Powodzenia!!!