SUPERMATEMATYK KLASA I marzec 2015

część I - zadania jednokrotnego wyboru - 10 pkt

TYLKO JEDNA ODPOWIEDŹ POPRAWNA!

1. Suma długości pewnych trzech boków prostokąta jest równa 30 cm, a suma długości trzech innych boków tego prostokąta wynosi 27 cm. Wskaż obwód tego prostokąta. a) 34 cm b) 36 cm c) 38 cm d) 40 cm.

2. Cztery litry roztworu soli o stężeniu 20% zmieszano z sześcioma litrami roztworu soli o stężeniu 30%. Ile procent soli znajduje się w powstałej mieszaninie? a) 22% b) 24% c) 25% d) 26%.

3. Jeżeli $a = \left(2\sqrt{128} - \sqrt{200} - \sqrt{32}\right)^{-1}$, to: a) $a = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ b) $a = -\frac{23\sqrt{2}}{160}$ c) $a = \frac{\sqrt{2}}{4}$ d) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

4. Funkcja f przyporządkowuje polu powierzchni kuli P jej promień. Dla dodatnich liczb rzeczywistych P wzór funkcji f ma postać: a) $f(P) = \frac{\sqrt{P\pi^{-1}}}{2}$ b) $f(P) = \frac{P(\sqrt{\pi})^{-1}}{2}$ c) $f(P) = \frac{\pi^{-1}\sqrt{P}}{2}$ d) $f(P) = \frac{P\pi^{-1}}{4}$.

5. Jeżeli promień koła zwiększymy o 40%, to pole otrzymanej figury będzie większe od pola danego koła o:
a) 76% b) 80% c) 88% d) 96%.

6. Asia i Basia brały udział w biegu sprinterskim. Basia przebiegła dystans w 0,7 minuty, a Asia w setną część godziny. Która z nich była szybsza i o ile sekund?
a) Obie miały taki sam czas b) Basia, o 6 sekund c) Asia, o 12 sekund d) Asia, o 6 sekund.

7. Aby otrzymać liczbę 16^{16}, należy liczbę 4^4 podnieść do potęgi: a) 16 b) 12 c) 8 d) 6.

8. Trzy kury znoszą trzy jajka w ciągu trzech dni. Ile jajek zniesie 12 kur w ciągu 12 dni?
a) 12 b) 24 c) 36 d) 48.

9. Po dwóch kolejnych obniżkach, o 20% i o 15%, kurtkę można kupić za 374 zł. Przed obniżkami kurtka kosztowała: a) 480 zł b) 500 zł c) 520 zł d) 550 zł.

10. Ania dostała dwójki z dwóch kolejnych sprawdzianów. Z ilu następnych sprawdzianów powinna dostać piątki, aby średnia jej ocen była równa 4? a) z trzech b) z czterech c) z pięciu d) z sześciu.

część II - zadania wielokrotnego wyboru - klasa I - 10 pkt

WSZYSTKIE ODPOWIEDZI MOGĄ BYĆ POPRAWNE!

1. Suma *n* początkowych liczb naturalnych nieparzystych jest równa:
a) $(n + 1)^2 - (2n + 1)$ b) $2n - n^2$ c) $2n^2 - n$ d) n^2.

2. W Polsce jest kilka świąt stałych (w nawiasach podano, który to dzień roku nieprzestępnego): Nowy Rok (1), Święto Pracy (121), 3 Maja (123), Wniebowzięcie NMP (227), Wszystkich Świętych (305), Święto Niepodległości (315), Boże Narodzenie (359 i 360). Może zdarzyć się w roku nieprzestępnym, że:
a) dwa z tych świąt wypadną w ten sam dzień tygodnia b) każde z tych świąt wypadnie w inny dzień tygodnia c) 1 stycznia wypadnie we wtorek, a 25 grudnia w środę d) żadne ze świąt nie wypadnie w sobotę ani w niedzielę.

3. Ułamek $\frac{16}{64}$ ma tę niezwykłą własność, że gdy skreślimy 6 w liczniku i mianowniku, to otrzymamy $\frac{1}{4}$, a $\frac{16}{64} = \frac{1}{4}$. Podany niżej ułamek nie ma powyższej własności: a) $\frac{13}{39}$; b) $\frac{24}{48}$; c) $\frac{19}{95}$; d) $\frac{39}{91}$.

4. Siedem jednakowych ołówków kosztuje 10 złotych z groszami. Jeden taki ołówek może kosztować:
a) 1 zł 35 gr b) 1 zł 45 gr c) 1 zł 55 gr d) 1 zł 65 gr.

5. Rozwiązaniem równania $(\sqrt{3}+\sqrt{2})\cdot x=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ jest liczba:

a) $5-2\sqrt{6}$ b) $5+\sqrt{24}$ c) $5+2\sqrt{6}$ d) $5-\sqrt{24}$.

6. Suma dwóch liczb pierwszych: a) może być liczbą pierwszą b) zawsze jest liczbą parzystą c) musi być liczbą pierwszą d) może być liczbą podzielną przez 21.

7. Liczb A ma 2006 cyfr i jest podzielna przez 9. Liczba B jest sumą cyfr liczby A. Liczba C jest sumą cyfr liczby B. Jaka jest suma cyfr liczby C?
a) za mało danych b) większa niż 3 c) dokładnie 9 d) mniejsza niż 27.

8. Liczba $\sqrt{20}+\sqrt{45}+\sqrt{80}-2\sqrt{125}+\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ jest liczbą:
a) wymierną b) niewymierną c) całkowitą d) dodatnią.

9. Na tablicy w jednym wierszu zapisano jedenaście kolejnych liczb całkowitych, których suma wynosi 121. Jeżeli środkowa z tych liczb jest równa x, to: a) $x > 10$ b) $x^2 = 121$ c) $x^3 < 1331$ d) $3x + 1977 = 2010$.

10. Jeżeli liczby x, y, z i t spełniają równości: $x + y + z = 75$, $y + z + t = 80$, $z + t + x = 85$, $t + x + y = 90$, to prawdziwa jest zależność: a) $x + y + z + t = 110$ b) $t = x + 5$ c) $x^2 < yt$ d) $\frac{y+t}{2} = x$.

część III – zadania otwarte – klasa I - 20 pkt

<u>KAŻDE ZADANIE ROZWIĄŻ NA ODDZIELNEJ KARTCE!</u>

1. Wykaż, że:

a) jeżeli promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych a i b ma długość R, to $R > \frac{a+b}{4}$,
b) dla dowolnych liczb rzeczywistych a, b prawdziwa jest nierówność $a^2 + b^2 + 2 \geq 2(a + b)$.

2. Właściciel nieruchomości wydzierżawił przedsiębiorcy pomieszczenie z przeznaczeniem na sklep za 2000 zł miesięcznie plus 10% obrotu. Przedsiębiorca ten ponosi dodatkowo koszty zatrudnienia pracownika i opłat (prąd, woda, itp.) w wysokości 1800 zł miesięcznie.
Wyraź miesięczny czysty zysk przedsiębiorcy jako funkcję obrotu (wartości sprzedaży), wiedząc, że do ceny hurtowej dolicza on 50% marży.
Podaj minimalną wielkość obrotu, przy której przedsiębiorca nie ponosi strat.

3. Dany jest trapez prostokątny ABCD o podstawach AB i CD, dłuższym ramieniu o długości $8\sqrt{3}$ oraz kącie ostrym równym 30°. Oblicz pola trójkątów AOB i COD, gdzie O jest punktem przecięcia przekątnych trapezu, jeżeli jego obwód jest równy $12\sqrt{3}+24$.

4. Pewien samochód pali średnio 14 litrów benzyny na 100 kilometrów. Zdesperowany właściciel postanowił założyć w nim instalację gazową, co będzie kosztowało 2000 złotych. Wówczas zużycie paliwa (gazu) wzrośnie o 15%, ale inwestycja i tak się opłaci, bo gaz jest 2,5 razy tańszy od benzyny.
Przyjmując cenę benzyny 4,60 za litr, oblicz po przejechaniu ilu kilometrów inwestycja się zwróci.
Zakładając, że właściciel samochodu przejeżdża nim rocznie 20 tysięcy kilometrów, oblicz po ilu latach za zaoszczędzone na paliwie pieniądze będzie mógł kupić skuter za 7500 zł?

Powodzenia!!!